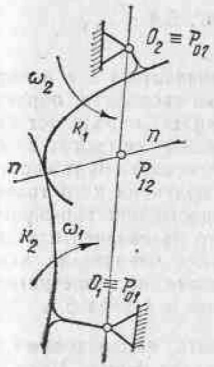
ШЕСТА ГЛАВА

ГЕОМЕТРИЧЕН СИНТЕЗ НА ЗЪБНО ЗАЦЕПВАНЕ

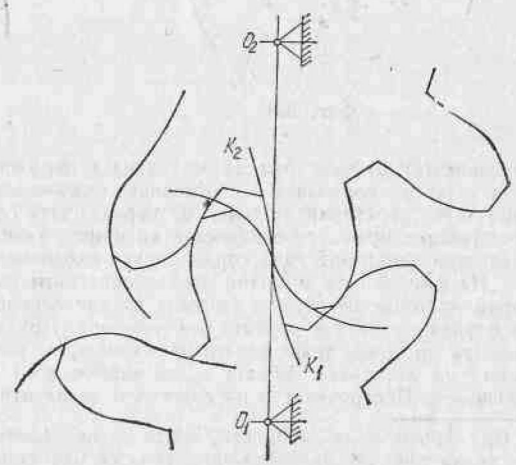
6.1. ЕВОЛВЕНТНО ЗЪБНО ЗАЦЕПВАНЕ

На фиг. 6.1 е показан контурен механизъм. Относителният моментен център на ротация P_{12} трябва да лежи върху нормалата в точката на допиране на кривите k_1 и k_2 и върху линията на центрите O_1O_2. Поради това нормалата пресича линията O_1O_2 в точка P_{12} и

(6.1) $$\frac{|\omega_1|}{|\omega_2|}=\frac{O_2P_{12}}{O_1P_{12}},$$



Фиг. 6.1



Фиг. 6.2

т. е. точка P_{12} дели правата O_1O_2 на две отсечки, обратнопропорционални на ъгловите скорости на двете звена. Това разположение на нормалата и отношението (6.1) се означават като *основен закон на зацепване* в зъбната геометрия. На фиг. 6.2 е показано формирането на зъбни колела чрез периодично повторение на участъци от два контура (k_1 и k_2).

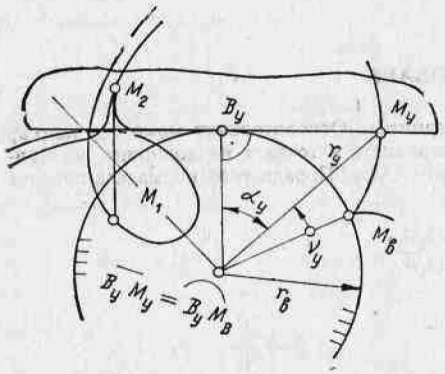
Най-голямо разпространение имат еволвентните зъбни колела, при които работният профил на зъба е част от кръгова еволвента. На фиг. 6.3 е показано получаването на еволвента като траектория на точка от твърда права, търкаляща се без приплъзване върху неподвижна (основна) окръжност. За полярните параметрични уравнения на еволвентата следват зависимостите

(6.2) $$\nu_y=\operatorname{tg}\alpha_y-\alpha_y=\operatorname{inv}\alpha_y,\ r_y=\frac{r_b}{\cos\alpha_y},$$

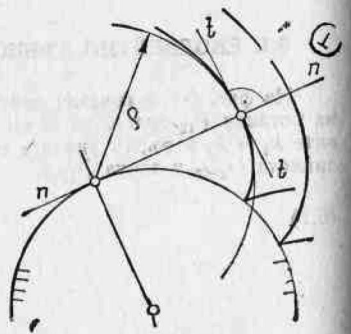
където параметърът α_y се нарича профилен ъгъл на еволвентата. Функцията

$\nu_y = \text{inv}\,\alpha_y$ е табулирана (табл. 6.1)*. Точки от равнината на търкалящата се права, които не лежат върху нея, описват удължени (фиг. 6.3 — точка M_1) и скъсени (точка M_2) еволвенти.

Основните свойства на еволвентата са показани на фиг. 6.4: а) тангентите на основната окръжност пресичат еволвентата под прав ъгъл (те са нормали на



Фиг. 6.3



Фиг. 6.4

еволвентата); б) центърът на оскулачната окръжност на еволвентата е в допирната точка на нормалата ѝ с основната окръжност; в) всички еволвенти, образувани като траектории на точки от търкалящата се по основната окръжност без приплъзване права, са еквидистантни криви, идентични помежду си (могат да се слеят при завъртане една спрямо друга около центъра на основната окръжност).

На фиг. 6.5 са показани двойка спрегнати еволвенти, получени като траектории на точки от общата тангента на две основни окръжности при търкалянето ѝ върху едната и другата без плъзгане. При завъртането на еволвентите допирната им точка лежи винаги върху общата тангента B_1B_2, означавана като *линия на зацепване*. Ъгълът α_w се нарича *ъгъл на зацепване* на спрегнатите еволвенти. Построяването на спрегнати еволвенти е показано в задача 6.1.

---

* При отчитане на стойности, които не са дадени в таблицата, е необходимо да се прави линейна интерполация. Това се извършва по следната схема. Нека се търси $\nu_y = \text{inv}\,\alpha_y$, където стойността α_y не е дадена в таблицата. Определяме стойностите α_{y_1}, α_{y_2} ($\alpha_{y_1} < \alpha_y < \alpha_{y_2}$), които фигурират в таблицата. Тогава

$$\nu_y = \text{inv}\,\alpha_{y_1} + \frac{\text{inv}\,\alpha_{y_2} - \text{inv}\,\alpha_{y_1}}{\alpha_{y_2} - \alpha_{y_1}}(\alpha_y - \alpha_{y_1}).$$

Същото е валидно и за обратната функция $\text{arginv}\,\nu_y$.

Пример. Търси се $\nu_y = \text{inv}\,25°13{,}51'$. В таблицата фигурират стойностите на $\alpha_y - \alpha_{y_1} = 25°10'$, $\alpha_{y_2} = 25°15'$. Тогава

$$\nu_y = 0{,}030613 + \frac{0{,}030935 - 0{,}030613}{25°15' - 25°10'}(25°13{,}51' - 25°10') =$$

$$= 0{,}030613 + 0{,}000322\,\frac{3{,}51'}{5'} = 0{,}03089.$$

Аналогично $\alpha_y = \text{arginv}\,(0{,}045702)$. Най-близки от таблицата съседни стойности на аргумента са $\nu_{y_1} = 0{,}045537$, $\nu_{y_2} = 0{,}045967$ и следователно

$$\alpha_y = 28°30' + \frac{28°35' - 28°30'}{0{,}045967 - 0{,}045537}(0{,}045702 - 0{,}045537) = 28°31{,}92'.$$

Таблица 6.1

Стойности на функцията $\nu_y = \text{tg}\,\alpha_y - \alpha_y = \text{inv}\,\alpha_y$

α_y	0′	5′	10′	15′	20′	25′	30′	35′	40′	45′	50′	55′	60′
10°	0,00	1794	1840	1886	1933	1981	2030	2080	2130	2181	2233	2286	2340	2394
11°	0,00	2394	2450	2506	2563	2621	2680	2740	2800	2862	2924	2988	3052	3117
12°	0,00	3117	3183	3250	3319	3388	3458	3529	3601	3674	3747	3822	3898	3975
13°	0,00	3975	4053	4133	4213	4294	4376	4459	4544	4629	4716	4803	4892	4982
14°	0,00	4982	5073	5165	5258	5353	5448	5545	5643	5742	5842	5943	6046	6150
15°	0,00	6150	6255	6361	6469	6577	6687	6799	6911	7025	7140	7256	7374	7493
16°	0,00	7493	7613	7735	7857	7982	8107	8234	8362	8492	8623	8756	8889	9025
17°	0,0	09025	09161	09299	09438	09580	09722	09866	10012	10158	10307	10456	10608	10760
18°	0,0	10760	10915	11071	11228	11387	11547	11709	11873	12038	12205	12373	12543	12715
19°	0,0	12715	12888	13063	13240	13418	13598	13779	13963	14148	14334	14523	14713	14904
20°	0,0	14904	15098	15293	15490	15689	15890	16092	16296	16502	16710	16920	17132	17345
21°	0,0	17345	17560	17777	17996	18217	18440	18665	18891	19120	19350	19583	19817	20054
22°	0,0	20054	20292	20533	20775	21019	21266	21514	21765	22018	22272	22529	22788	23049
23°	0,0	23049	23312	23577	23845	24114	24386	24660	24936	25214	25495	25777	26062	26350
24°	0,0	26350	26639	26931	27225	27521	27820	28121	28424	28729	29037	29348	29660	29975
25°	0,0	29975	30293	30613	30935	31260	31587	31917	32249	32583	32920	33260	33602	33947
26°	0,0	33947	34294	34644	34997	35352	35709	36069	36432	36798	37166	37537	37910	38287
27°	0,0	38287	38666	39047	39432	39819	40209	40602	40997	41395	41797	42201	42607	43017
28°	0,0	43017	43430	43845	44264	44685	45110	45537	45967	46400	46837	47276	47718	48164
29°	0,0	48164	48612	49064	49518	49976	50437	50901	51368	51838	52312	52788	53268	53751
30°	0,0	53751	54238	54728	55221	55717	56217	56720	57226	57736	58249	58765	59285	59809
31°	0,0	59809	60336	60866	61400	61937	62478	63022	63570	64122	64676	65236	65798	66364
32°	0,0	66364	66933	67507	68084	68665	69250	69838	70431	71026	71626	72230	72837	73449
33°	0,0	73449	74064	74684	75304	75934	76564	77200	77839	78483	79129	79781	80437	81097
34°	0,0	81097	81760	82428	83100	83777	84457	85142	85831	86527	87222	87925	88631	89342
35°	0,0	89342	90057	90777	91502	92230	92963	93701	94443	95190	95942	96698	97458	98224

Таблица 6.1 (продължение)

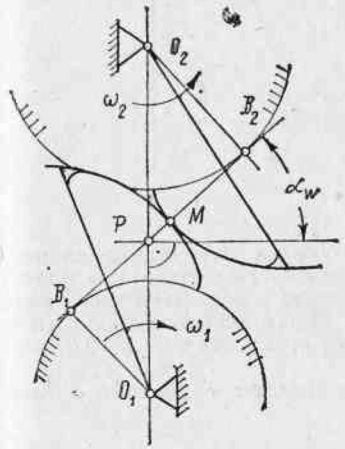
α_y	0′	5′	10′	15′	20′	25′	30′	35′	40′	45′	50′	55′	60′
36°	0,0982240	0939940	0997693	1005482	1013328	1021214	1029159	1037145	1045180	1053266	1061392	1069577	1077823
37°	0,1077823	1086108	1094434	1102819	1111255	1119740	1128286	1136872	1145518	1154203	1162949	1171754	1180600
38°	0,1180600	1189505	1198461	1207477	1216542	1225658	1234833	1244069	1253354	1262690	1272095	1281542	1291057
39°	0,1291057	1300613	1310238	1319924	1329659	1339455	1349310	1359216	1369192	1379227	1389313	1399468	1409674
40°	0,1409674	1419939	1430275	1440670	1451126	1461642	1472217	1482863	1493559	1504324	1515160	1526055	1537011

6.2. ФОРМООБРАЗУВАНЕ НА ЗЪБНО КОЛЕЛО БЕЗ ИЗМЕСТВАНЕ И НУЛЕВА ПРЕДАВКА

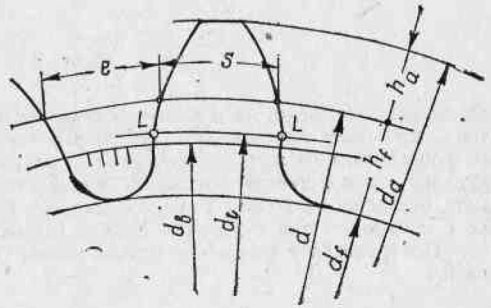
На фиг. 6.6 са показани основните размери на зъб от зъбно колело без изместване. При модул на зъбното колело m са валидни следните зависимости:

$$d=mz,\ d_b=d\cos\alpha,\ h_a=h_a^*m,\ h_f=\left(h_a^*+c^*\right)m,$$

$$d_a=d+2h_a=\left(z+2h_a^*\right)m,\ d_f=d-2h_f=\left[z-2\left(h_a^*+c^*\right)\right]m, \tag{6.3}$$



Фиг. 6.5



Фиг. 6.6

$$p=\pi m,\ e=s=\frac{\pi m}{2}=\frac{p}{2},$$

където d, d_b, d_a и d_f са диаметрите съответно на делителната, основната, върховата и петовата окръжност; p, e и s са стъпката, широчината на междузъбието и дебелината на зъба по делителната окръжност. Тъй като стандартът предписва стойностите $\alpha=20°$ — профилен ъгъл по делителната окръжност, $h_a^*=1$ и $c^*=0{,}25$ — коефициенти, формиращи зъба, тогава

$$h_a=m,\ h_f=1{,}25\,m,\ d_a=(z+2)\,m,\ d_f=(z-2{,}5)\,m. \tag{6.3 а}$$

Точката L, отговаряща на окръжност с диаметър d_l, е граничната точка между еволвентната и нееволвентната част от профила на зъба.

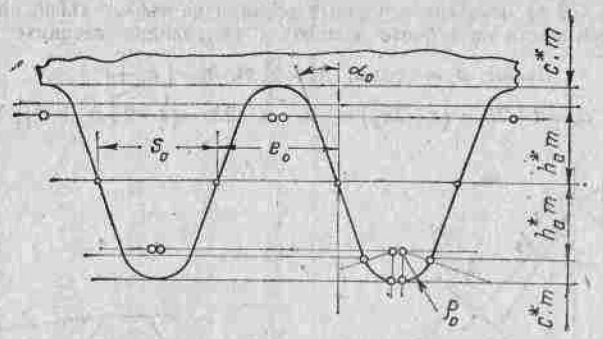
Изработването на зъбите, т. е. отстраняването на материала на междузъбията от кръглата заготовка, може да се извърши или чрез прорязване с фасонен фрезер (метод на копиране), или по метода на обхождането — чрез последователно „измитане" на пространството на междузъбието със зъбен гребен (или с дълбач, с червячен модулен фрезер, с шлифовъчен диск и пр.). На фиг. 6.7 е показан стандартизиран профил (изходен контур) на инструмент за нарязване чрез обхождане — гребен с ъгъл $\alpha_0=20°$. За него са валидни изразите

$$e_0=s_0=\frac{\pi\,.\,m}{2},\ p_0=\pi\,.\,m,\ \rho_0=\frac{c^*\,.\,m}{1-\sin\alpha_0}=0{,}380\ \text{m}.$$

Изходният контур, т. е. профилът на инструмента — гребен, се отличава от зъбен гребен (зъбно колело с безкрайно много зъби) по по-високия си зъб (с ве-

личината $c^*.m$). Ако на фиг. 6.7 се положи $\rho_0=0$, би се получил профилът на зъб от безкрайно голямо зъбно колело.

Зъбите на колелото се обхождат последователно, като модулната права (средната или делителната линия, по която дебелината на зъба е равна на широчината на междузъбието) на изходния контур се търкаля без плъзгане по делителната окръжност на колелото. При това правата част на зъба на гребена формира еволвентата на зъба на колелото, а закръглението — преходната част между еволвентата и петовата окръжност (еквидистанта на удължена еволвента). Основната окръжност обхваща петовата, ако $d_b>d_f$ или $m.z.\cos\alpha>m.(z-2{,}5)$, което е изпълнено при $z<2{,}5/(1-\cos\alpha)\approx 42$ зъба.



Фиг. 6.7

Построяването на зъб от зъбно колело с изместване е показано в задача 6.4.

6.3. ОГРАНИЧЕНИЯ ПРИ ЕВОЛВЕНТНОТО ЗАЦЕПВАНЕ. ЕВОЛВЕНТНО ЗЪБНО КОЛЕЛО С ИЗМЕСТВАНЕ

Когато броят на зъбите на малкото зъбно колело в предавката е под определена стойност, настъпва явлението подрязване (заклинване) на колелото. Това става, когато отсечката на зацепване излиза извън теоретичната дължина от линията на зацепване; в този случай голямото зъбно колело, стремейки се да се зацепи с втория клон от еволвентата на профила, навлиза в пространството на зъба. На фиг. 6.8 *а* е показан граничният случай ($b_1\equiv B_1$), при който настъпва подрязване на зъбите на малкото зъбно колело z_1; за този случай може да се напише

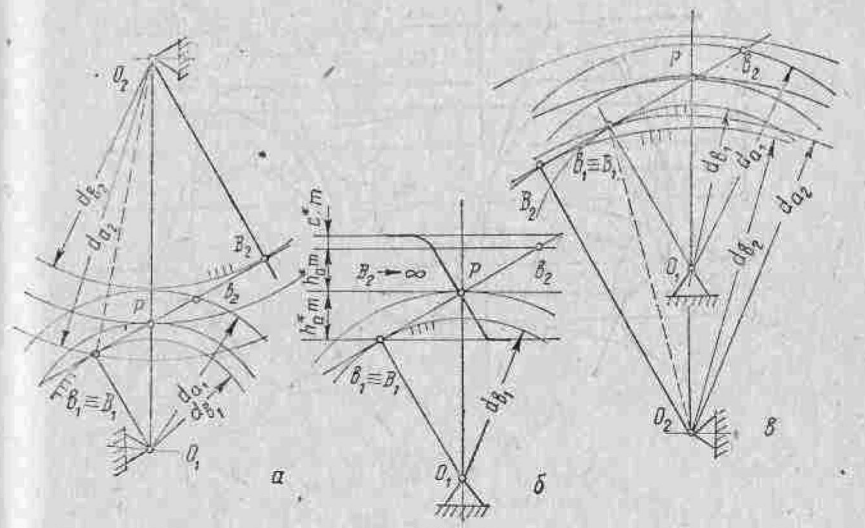
$$\overline{B_1B_2}=\overline{b_1B_2} \text{ или } \frac{1}{2}(d_1+d_2)\sin\alpha=\frac{1}{2}\sqrt{d_{a_2}^2-d_{b_2}^2}. \tag{6.4}$$

След заместване от (6.3) за z_2 следва

$$z_2=\frac{z_1^2\sin^2\alpha-4h_a^{*2}}{4h_a^*-2z_1\sin^2\alpha}. \tag{6.5}$$

При $h_a^*=1$, $\alpha=20°$ за $z_1=13, 14, \ldots$ от (6.5) се получават стойностите за z_2 които следва да се разглеждат в такъв смисъл: при външно зацепване зъбно колело $z_1=13$ зъба ще работи без подрязване (заклинване) със зъбно колело $z_2\leq 17$. По същия начин ще работи зъбно колело $z_1=14$ със $z_2\leq 27$, $z_1=15$ със $z_2\leq 46$, $z_1=16$ със $z_2\leq 102$. Колело със $z_1=17$ ще работи без подрязване, включително и при $z_2\to\infty$ (зъбен гребен). На фиг. 6.8 *б*, *в* са посочени граничните случаи съответно при зацепване на колело с гребен и вътрешно зацепване.

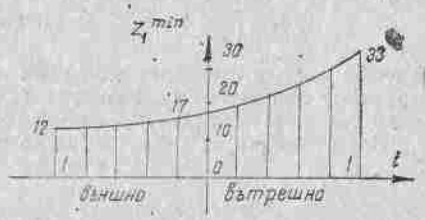
Ако след заместване от израза (6.3) в (6.4) се положи $i=\frac{z_2}{z_1}>1$, за минималния брой зъби z_1 следва



Фиг. 6.8

$$(6.6)\quad z_1^{\min}=\begin{cases}2h_a^*\dfrac{i+\sqrt{i^2+(1+2i)\sin^2\alpha}}{(1+2i)\sin^2\alpha} & \text{— за външно зацепване } (i>1),\\ 2h_a^*\dfrac{1}{\sin^2\alpha} & \text{— за зацепване със зъбен гребен } (z_2\to\infty),\\ -2h_a^*\dfrac{i+\sqrt{i^2+(1-2i)\sin^2\alpha}}{(1-2i)\sin^2\alpha} & \text{за вътрешно зацепване } \left(i=\dfrac{z_2}{z_1}>1\right).\end{cases}$$

На фиг. 6.9 е показана зависимостта между броя на зъбите на граничното зъбно колело при дадено предавателно отношение i.

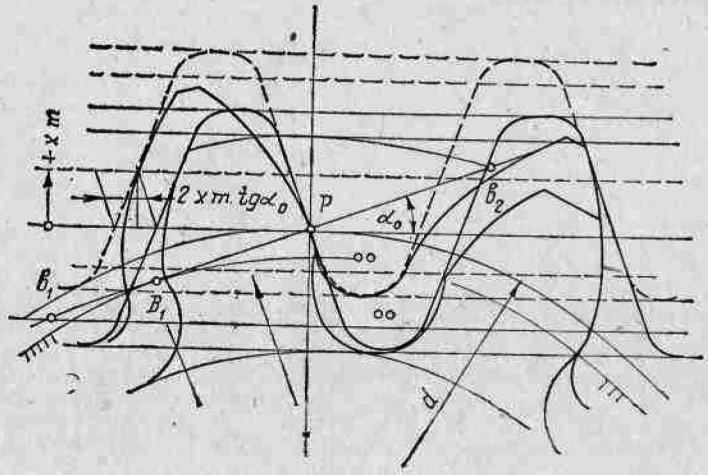


Фиг. 6.9

Както се каза по-горе, профилът на изходящия контур (фиг. 6.7) се различава от профила на зъбния гребен (рейка) с наличие на закръгление на главата на зъба $c^*.m$ с радиус ρ_0. Тъй като правите участъци на изходящия контур и зъбният гребен са идентични, подрязване при инструменталното зацепване (при изработване на колелото) ще настъпи винаги при $z<17$. Това не се отнася за зъбни колела, изработени с длъбач. Тъй като разглеждаме само зъбни колела, нарязани с инструмента зъбен гребен, подрязване винаги ще има при $z<17$.

Подрязването се отстранява чрез промяна на зъбния профил (фиг. 6.10). За целта при нарязване на колелото изходният контур се отмества в показаната със стрелка посока, като положението на полюса на зацепване P, ъгълът α_0 и диаметърът на делителната окръжност се запазват. Запазва се и относител-

ното търкаляне без плъзгане на права от гребена (която вече не е модулната права) върху делителната окръжност с диаметър $d=m.z$. Изместването на изходния контур за отстраняване на подрязването при обработване с гребен е пропорционално на модула, т. е. $x.m$, където за коефициента x важи изискването



Фиг. 6.10

$$x \geq x_{\min} = \frac{17-z}{17}. \tag{6.7}$$

Коефициентът на изместване x не може да се избира произволно голям, тъй като може да настъпи заостряне на зъбния профил; при равенство в (6.7) се реализира граничният случай от фиг. 6.8*б*. За зъбното колело следват зависимостите

$$d_f = m\left[z+2\left(x-h_a^*-c^*\right)\right] = m\left(z+2x-2{,}5\right);\quad s = m\left(\frac{\pi}{2}+2x\operatorname{tg}\alpha_0\right),$$
$$s_y = d_y\left(\frac{\pi}{2z}+\frac{2x\operatorname{tg}\alpha_0}{z}+\operatorname{inv}\alpha_0-\operatorname{inv}\alpha_y\right);\quad \alpha_y=\arccos\frac{d_b}{d_y}, \tag{6.8}$$

където s и s_y са съответно дебелината на зъба по делителната и по произволна окръжност с диаметър d_y. Размерът d_a се определя чрез размерите на второто колело на зъбната предавка с изместване.

Построяването на зъб от зъбно колело с изместване е показано в задача 6.8.

6.4. ЗЪБНА ПРЕДАВКА С ИЗМЕСТВАНЕ

Основните зависимости при зъбните предавки с изместване са както следва:

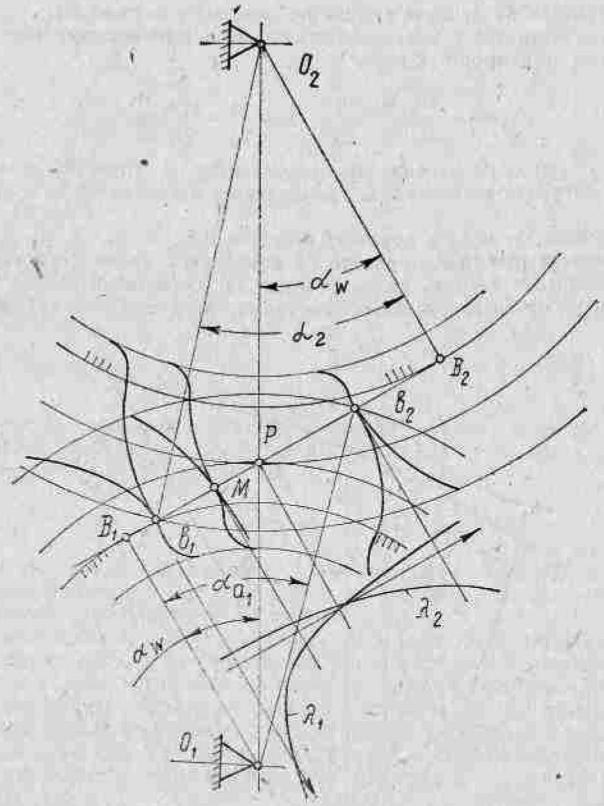
— ъгъл на зацепване α_w в предавка без хлабина:

$$\operatorname{inv}\alpha_w = \operatorname{inv}\alpha_0 + \frac{2(x_1+x_2)}{z_1+z_2}\operatorname{tg}\alpha_0, \tag{6.9}$$

— междуосово разстояние

$$a_w = \frac{m}{2}(z_1+z_2)\frac{\cos\alpha_0}{\cos\alpha_w},\ (\alpha_0=20^\circ). \tag{6.10}$$

Диаметрите на върховите окръжности се определят от условието за наличие на радиална хлабина между съответната върхова и петова окръжност на



Фиг. 6.11

зъбите от двете колела ($c=c^*.m$, $c^*=0{,}25$), т. е.

$$d_{a_1} = 2.a_w - d_{f_2} - 2.c^*.m,\ d_{a_2} = 2.a_w - d_{f_1} - 2.c^*.m, \tag{6.11}$$

Зъбната предавка се характеризира с определени параметри. Основен параметър е коефициентът на покриване ε_a, равен на средния брой зъбни двойки, които се намират едновременно в зацепване. Този коефициент се определя графо-аналитично по зависимостта (фиг. 6.11)

$$\varepsilon_a = \frac{1}{p_b}\overline{b_1b_2},\quad p_b = \frac{1}{z_1}\pi d_{b_1} = \frac{1}{z_2}\pi d_{b_2} \tag{6.12}$$

или аналитично с израза

$$\varepsilon_a=\frac{z_1}{2\pi}(\operatorname{tg}\alpha_{a_1}-\operatorname{tg}\alpha_w)+\frac{z_2}{2\pi}(\operatorname{tg}\alpha_{a_2}-\operatorname{tg}\alpha_w),$$

(6.13)

$$\alpha_{a_1}=\arccos\frac{d_{b_1}}{d_{a_1}},\quad \alpha_{a_2}=\arccos\frac{d_{b_2}}{d_{a_2}},$$

където p_b е стъпката на зъбните колела по основната окръжност.

Друг важен показател е релативният коефициент на специфичното плъзгане. Определя се със зависимостите (фиг. 6.11)

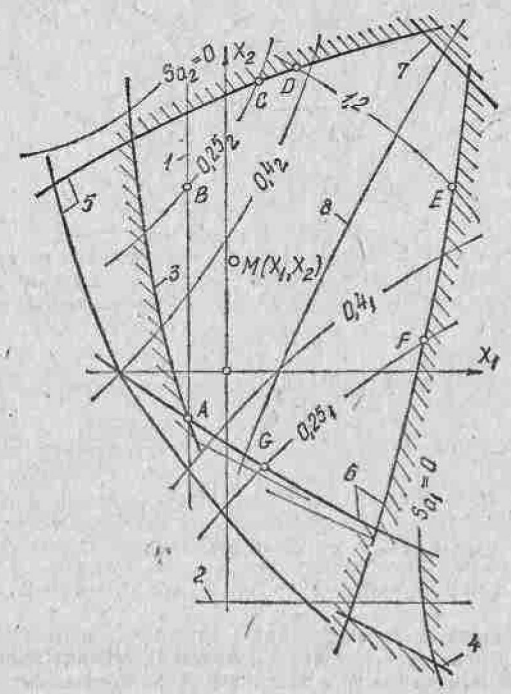
(6.14)

$$\lambda_1=1-\frac{\overline{B_2M}}{\overline{B_1M}}\cdot\frac{z_1}{z_2},\quad \lambda_2=\frac{z_1}{z_2}-\frac{\overline{B_1M}}{\overline{B_2M}}.$$

Стойностите на λ_1 и λ_2 се изменят при преместване на точка M по линията на зацепване. На фигурата е посочена и графиката за изменението на двата коефициента.

Намирането на ε, λ_1 и λ_2 е показано в задача 6.7.

Основен момент при проектирането на коригирана зъбна предавка е изборът на коефициентите x_1 и x_2 на изместване на двете зъбни колела. За облекчаване на този избор са разработени номограми, наречени блокиращи контури

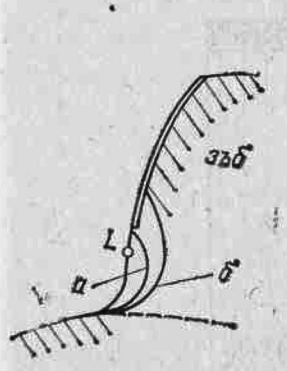


Фиг. 6.12

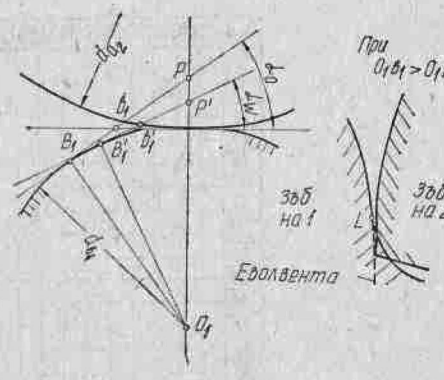
за всяка двойка зъби, при които коефициентите на изместване на двете колела x_1 и x_2 са координати на изобразяващата точка $M(x_1, x_2)$ в полето на номограмата (фиг. 6.12). На номограмата са изобразени геометричните места, респ.

зони, в които се наблюдават различните явления в предавката. Недопустимите зони са щриховани. Тук се разглеждат номограми, валидни за нарязване на зъбни колела с гребен (изходящ контур).

Номограмата (блокиращият контур) на фиг. 6.12 се отнася за дадена зъбна



Фиг. 6.13



Фиг. 6.14

двойка (със z_1 се означава винаги по-малкото зъбно колело; за фигурата z_1, $z_2>17$). Линиите и зоните в предавката отговарят на следните явления:

1. Линиите *1* и *2* с уравнения

$$x_1=\frac{17-z_1}{17},\quad x_2=\frac{17-z_2}{17}$$

са гранични спрямо подрязването на колелата при обработване със зъбен гребен. Вляво от линията *1* и надолу от *2* ще се наблюдава подрязване при нарязване съответно на колелата *1* и *2*.

2. Подрязването може да бъде два вида (фиг. 6.13): подрязване по крива *а*, което отслабва зъба, но не унищожава активната част от профила, и по крива *б* — когато се засяга активната част от профила (за определянето й вж. задача 6.7). В този случай не само се отслабва сечението, но предавката може да стане невъзможна (рязко намалява ε). Началото на втория тип подрязване за колелата *1* и *2* съответно се наблюдава по линиите *3* и *4* (фиг. 6.12). Зоната между *1* и *3*, *2* и *4* отговаря на подрязване от типа *а*. Тип *б* е недопустим — зоната е щрихована.

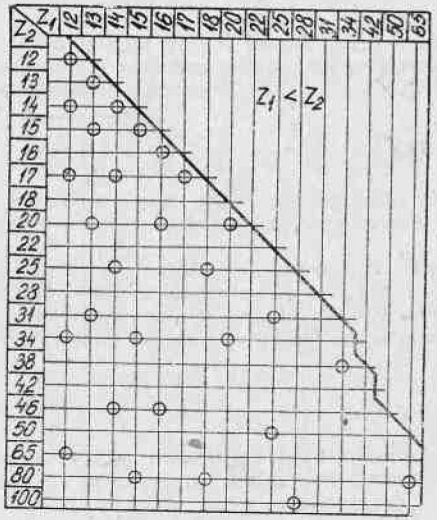
3. Линиите *5* и *6* ограничават зона на стойности на x_1 и x_2, при които предавката се заклинва поради следната причина. Ако допуснем (фиг. 6.14), че при инструменталното зацепване (при нарязването) линията на зацепването минава през P при ъгъл α_0, и ако предавката има сумарно отрицателно изместване, $\alpha_w<\alpha_0$ и линията на зацепване при задружната работа на колелата ще минава през P'. Ако $\overline{O_1b_1}>O_1b_1'$, това ще означава, че зъбът от *2* ще се стреми да се зацепи с участък от еволвентата на зъб *1*, който не е изработен от зъбния гребен. Това заклиняване е недопустимо.

4. Линиите, означени с $0{,}25_1$, $0{,}4_1$ и $0{,}25_2$, $0{,}4_2$, са границите на зоните, в които $s_a\geq 0{,}25\ m$ и $s_a\geq 0{,}40\ m$ съответно за първото и второто колело. Приема се, че заостряне настъпва при $s_a<0{,}25\ m$, т. е. вляво от линия $0{,}25_2$ и надолу от $0{,}25_1$. От същата фамилия са и линиите, които отговарят на $s_{a_1}=0$ и $s_{a_2}=0$. На номограмата те са щриховани.

5. Линията *7* отговаря на $\varepsilon_a=1$. Вдясно и нагоре от нея е невъзможно избиране на коефициенти на изместване $M(x_1, x_2)$. Линията, означена с *1, 2*, отговаря

на $\varepsilon_a=1$, 2. На номограмата тя е гранична от гледна точка на необходимата стойност на ε_a (вдясно и нагоре от нея не трябва да се избира $M(x_1, x_2)$).

6. Геометричното място *8* отговаря на изместване, при което се оптимизират стойностите на показателите на износването на двете колела. При избор на коефициентите на изместване винаги ще предполагаме, че се спазват условията



Фиг. 6.15

(6.15) $$x_1 \geq \frac{17-z_1}{17},\ x_2 \geq \frac{17-z_2}{17},\ s_{a_1} \geq 0{,}25\ m,\ s_{a_2} \geq 0{,}25\ m,\ \varepsilon_a > 1{,}2,$$

както и условието за избягване на заклинване от т. 3; стремим се по възможност да бъдат равни и износванията. На фиг. 6.12 това отговаря на зоната *ABCDEFG*. В машиностроителната практика се поставят и други цели с оглед подобряване на якостните качества на зъба, които тук не са разгледани.

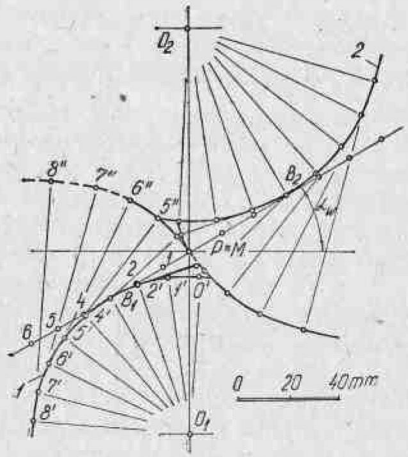
В раздела на курсовото проектиране са показани три основни случая за използуване на зъбни колела с изместване.

В приложенията са посочени някои от разработените в литературата номограми (блокиращи контури) за определяне на коефициентите на изместване. Когато се определят коефициентите на зъбна двойка, за която не е даден блокиращ контур, се използува този контур, който се отнася до съседна двойка със зъби, най-близки до дадените. За улесняване на избора на съседната двойка на фиг. 6.15 са показани схематично с кръгчета всички двойки зъбни колела, включени в приложенията, където z_1 са зъбите на малкото колело; z_2 — зъбите на голямото колело.

ЗАДАЧИ КЪМ ШЕСТА ГЛАВА

6.1. Да се построят спрегнатите еволвенти, образувани чрез основни окръжности с радиуси $r_{b_1}=62$ mm, $r_{b_2}=76{,}5$ mm при $\overline{O_1O_2}=160$ mm (фиг. 6.16).

Решение. Начертават се дадените окръжности и се прекарва линията на зацепване, допираща се до тях в точките B_1 и B_2. Тя пресича отсечката $\overline{O_1O_2}$ в точка P. Избира се произволна точка M от отсечката B_1B_2, през която да минават спрегнатите еволвенти. В случая е избрано $P \equiv M$. Разделят се $\overline{MB_1}$ и $\overline{MB_2}$ на отсечки с равни дължини (около 10—15 mm), които се нанасят извън отсечката B_1B_2 по линията на зацепването. Същите отсечки се нанасят в две посоки от точка B_1 (респ. B_2) по основните окръжности, като получените точки се намират съгласно фигурата (в случая са номерирани само точките от основна окръжност *1*). През получените точки се прекарват тангентите към основните окръжности. Текуща точка i'' от еволвентата се получава, като върху тангента през точка номер i' се нанесе дължината $\overline{iM}$, измерена по линията на зацепването. Съединяването на точките i'' с плавна крива може да се улесни, ако се прекарат дъгите от оскулачните окръжности на еволвентата — за точка i'' центърът на оскулачната окръжност е в i'. На фигурата въпросните дъги през точките $6''$, $7''$ и $8''$ са показани преди свързването им с плавна крива. Тангентата през точка $o'=o''$ на еволвентата минава през точка O_1. Еволвентата на основната окръжност *2* се построява по аналогичен начин.



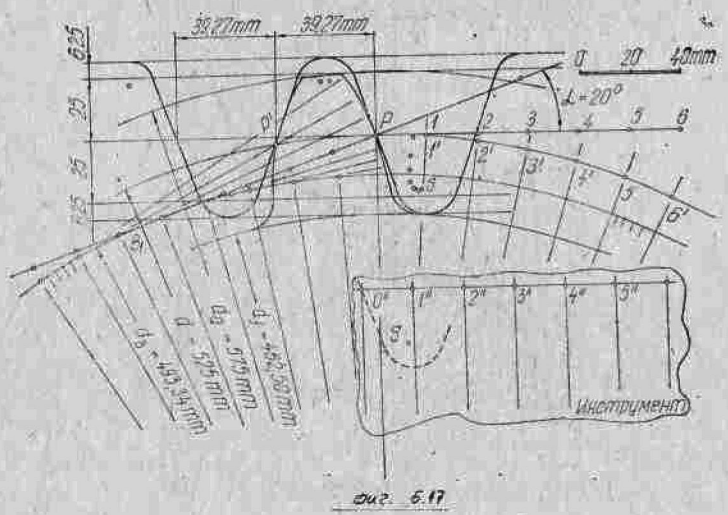
Фиг. 6.16

6.2. Да се построят спрегнатите еволвенти, които осигуряват предавателно отношение $i_{12}=2$ при междуосово разстояние $O_1O_2=150$ mm и ъгъл на зацепване $\alpha_w=20°$.

6.3. Да се построят спрегнатите еволвенти, трансформиращи ротация в транслация ($\alpha_w=\alpha_0=20°$).

6.4. Да се построи зъб на зъбно колело без изместване при $z_1=21$, $\alpha=20°$, $m=25$ mm.

Решение. Със зависимостите (6.3) се изчисляват $d=525$ mm, $d_b=493{,}34$ mm, $d_a=575$ mm, $d_f=462{,}50$ mm. Начертава се линията, която минава през центъра на колелото (на фиг. 6.17 — вертикална), избира се точка P и се изчертават четири концентрични окръжности. Прекарва се през точка P линията на зацепване, допираща основната окръжност в точка B_1, и модулната права на инструмента, която се допира до делителната окръжност. Като се използува тази окръжност и точка P, се построява профилът на инструмента (изходният контур), за който по (6.3) се изчисляват $p=78{,}54$ mm и $e=s=39{,}27$ mm.



Фиг. 6.17

По начина, посочен в задача 6.11, се начертава участък от еволвентата, която минава през точка P. За получаването на нееволвентния профил на зъба е необходимо да се имитира търкалянето без плъзгане на модулната права от инструмента по делителната окръжност. За целта се нанасят равни отсечки (10—15 mm) върху модулната права и делителната окръжност (точките се номерират по фигурата). Върху прозрачна хартия се прави модел на инструмента, като се изкопирва центърът на закръглението S и точките от модулната права; прекарва се фамилия перпендикулярни линии от модулната права през отбелязаните точки. (Моделът на инструмента е показан на фигурата долу вдясно.) Търкалянето се извършва, като се налагат точките от инструмента върху съответните точки от делителната окръжност. При това, за да се осигури допиране на модулната права с делителната окръжност, е необходимо перпендикулярите на модулната права от инструмента да се сливат с нормалите на делителната окръжност. При всяко налагане на точка от гребена с точка от делителната окръжност се отбелязва положението на т. S от инструмента върху равнината на зъбното колело. Така се образува неозначената поредица от точки на фигурата, които всъщност лежат върху една удължена еволвента. Около всяка от тях като около център се начертава окръжност с радиус ρ_0. Обвивката на тази фамилия окръжности формира нееволвентния профил на зъба.

За да се получи левият профил на зъба, се нанася дебелината на зъба $s=\overset{\frown}{PP'}$ по делителната окръжност, изкопирва се десният профил на прозрачна хартия (заедно с част от делителната окръжност), след което чрез обръщане на хартията-модел се начертава през точка P' левият профил, симетричен на десния.

6.5. Да се определи графично профилът на дисков модулен фрезер за нарязване на зъбни колела с брой на зъбите от 20 до 25 зъба ($m=30$ mm).

6.6. Да се определи графично максималното отклонение от идеалния профил на колело с 25 зъба, нарязвано с инструмент, определен в задача 6.5.

6.7. Да се построи картината на зацепването на нулева зъбна предавка при $z_1=18$, $z_2=20$, $m=25$ mm, $\alpha=20°$ и се определят работните участъци на зъбите, λ и ε по графичен и аналитичен начин (фиг. 6.18).

Решение. Изчислява се междуосовото разстояние на предавката $a_w=\frac{m}{2}(z_1+z_2)=475$ mm. С изразите (6.3) се пресмятат

$d_1=450$ mm, $d_{b_1}=422{,}86$ mm, $d_{a_1}=500$ mm, $d_{f_1}=387{,}50$ mm,

$d_2=500$ mm, $d_{b_2}=469{,}85$ mm, $d_{a_2}=550$ mm, $d_{f_2}=437{,}50$ mm

и се построяват съответните окръжности. Прекарва се линията на зацепване, минаваща през точка P. По начина, разгледан в задача 6.4, се начертават по три зъба от двете зъбни колела. Работните профили (активните профили) на двойката зъби, които се допират в точка P, на фигурата са показани с двойна линия. Тези профили се допират по линията на зацепването. Ограничени са от окръжности с радиуси: за колело 1 — $\frac{d_{a_1}}{2}$ и $\overline{O_1b_1}$, за колело 2 — $\frac{d_{a_2}}{2}$ и $\overline{O_2b_2}$. От зависимостите (6.13) за ε_a се получава

$$\alpha_{a_1}=32{.}25°,\ \alpha_{a_2}=31{,}32°,\ \varepsilon_a=1{,}543.$$

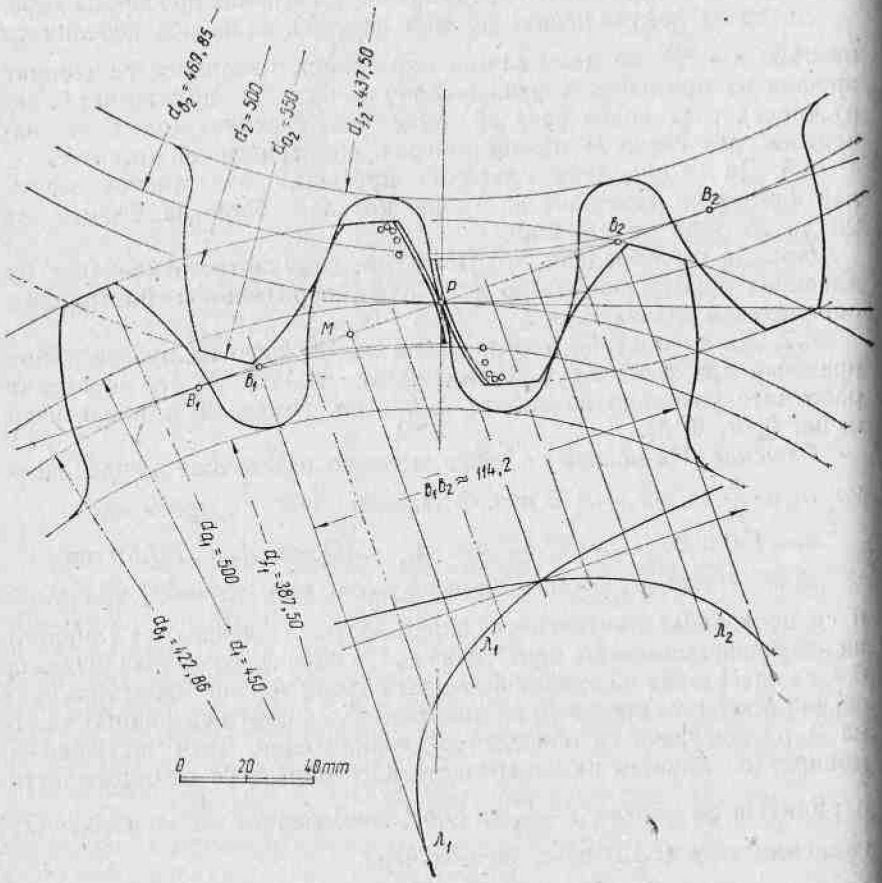
След като се отчете от фигурата $\overline{b_1b_2}=114{,}2$ mm и се изчисли с (6.12) стъпката

$$p_b=\frac{1}{z_1}\pi d_{b_1}=\frac{1}{z_2}\pi d_{b_2}=73{,}803\ \text{mm},$$

за графичното определяне на ε_a следва

$$\varepsilon_a = \frac{\overline{b_1 b_2}}{p_b} = 1{,}547.$$

За определянето на коефициентите λ_1 и λ_2 се разделят отсечките $\overline{b_1 P}$ и $\overline{b_2 P}$ на равни части. За всяка от получените точки се пресмятат изразите (6.14). Получените стойности се нанасят в



Фиг. 6.18

координатната система, с което се оформят графиките за изменение на λ_1 и λ_2.

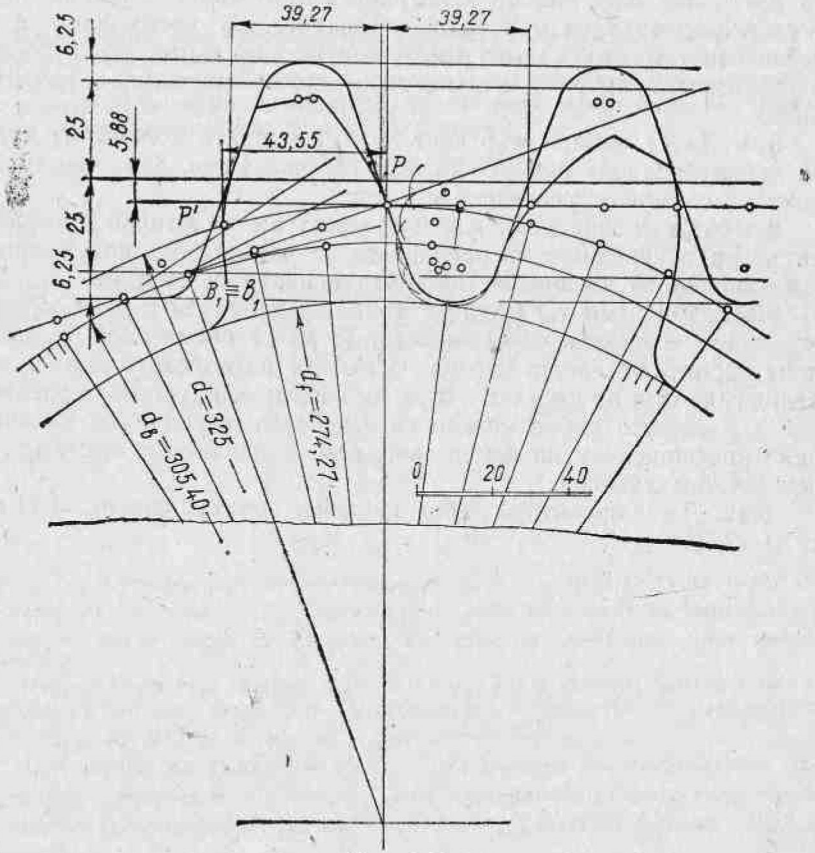
6.8. Да се начертае профилът на зъба на гранично зъбно колело със $z = 13$ зъба, $m = 25$ mm (фиг. 6.19).

Решение. В уравн. (6.7) се приема знак за равенство (колелото е гранично) и се изчислява

$$x = x_{\min} = \frac{17-13}{17} = 0{,}235,$$

което отговаря на изместване на зъбния гребен $x.m = 5{,}88$ mm. От (6.8) се изчислява $d_f = 274{,}27$ mm, както и

$$d = mz = 325 \text{ mm}, \quad d_b = mz\cos\alpha_0 = 305{,}40 \text{ mm}.$$



Фиг. 6.19

Начертава се вертикалата през точка P, трите окръжности, нанася се разстоянието $x.m$ от точка P до модулната права и се построява гребенът $\left(s = e = \frac{p}{2} = \frac{\pi . m}{2} = 39{,}27 \text{ mm}\right)$. Тъй като колелото е гранично, $B_1 = b_1$. По начина, разгледан в задача 6.11, се построяват еволвентният и нееволвентният профил на зъба. Особеното тук е това, че търкалянето без плъзгане върху делителната окръжност с диаметър $d = mz$ се извършва не от модулната

права на гребена, а от успоредна на нея права, изместена на разстояние $x.m$ (минаваща през т. P).

За построяването на левия профил на зъба се изчислява от (6.8) дебелината му по делителната окръжност

$$s = \widehat{PP'} = 43{,}55 \text{ mm}.$$

Останалите профили се начертават, като се използува стъпката $p = \pi . m = 78{,}54$ mm по делителната окръжност. За да се определи диаметърът на върховата окръжност d_a, необходимо е да се познават междуосовото разстояние и диаметърът на петовата окръжност на другото колело, работещо в зацепване с начертаното.

6.9. Да се намери мъртвият ход на зъбните колела на нулева зъбна предавка при $z_1 = 25$, $z_2 = 75$, $m = 3$ mm, ако междуосовото разстояние е увеличено с 1 mm.

6.10. Да се определи как и с колко ще се измени коефициентът на покриване ε на предавката от задача 6.9, ако се извърши въпросното увеличение на междуосовото разстояние.

6.11. При ремонт на нулева зъбна предавка със $z_1 = 19$, $z_2 = 83$, $m = 5$ mm се оказва, че е необходимо да се снеме слой с дебелина 0,2 mm от лявата страна на зъбите на колелото 2 и с дебелина 0,4 mm от дясната. За да се запази междуосовото разстояние a_w, малкото зъбно колело се изработва наново. Да се определи коефициентът на изместване, при който ще се постигне зацепване без хлабина.

6.12. Да се проектира зъбна предавка с $m = 10$ mm, $a_w = 241$ mm и $i_{12} = 2{,}57$.